

VŠB - Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra pružnosti a pevnosti

## **Výpočet tepelně namáhaného šroubového spoje**

## **Calculation of Heat-stressed Bolt Connection**

Student:

Tomáš Matýsek

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Ostrava 2011

## Zadání bakalářské práce

Student: **Tomáš Matýsek**  
Studijní program: B2341 Strojírenství  
Studijní obor: 3901R003 Aplikovaná mechanika  
Téma: Výpočet tepelně namáhaného šroubového spoje  
Calculation of Heat-stressed Bolt Connection

Zásady pro vypracování:

1. Rozpracujte teorii řešení pro výpočet šroubových spojů.
2. Proveďte potřebné analytické výpočty.
3. Rozpracujte základní teorii metody konečných prvků.
4. Proveďte numerickou simulaci pomocí metody konečných prvků
5. Získané výsledky porovnejte.

Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] Lenert, J.: Pružnost a pevnost II, VŠB – Technická univerzita, Ostrava, 1998.
- [2] Němec, J., Dvořák, J., Höschl, C.: Pružnost a pevnost ve strojírenství, Technický průvodce 69, SNTL, Brno, 1989.
- [3] Bittnar, Z., Šejnoha, J.: Numerické metody mechaniky 1, Vydavatelství CVUT, Praha, 1992.
- [4] Lenert, J.: Úvod do metody konečných prvků, VŠB – TU Ostrava, 1999, ISBN 80 – 7078 – 686 – 8
- [5] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L.: The Finite Element Method (Volume 1 - 3), Butterworth-Heinemann, Oxford 2000, ISBN 0-7506-5049-4
- [6] Macura, P.: Experimentální metody v pružnosti a plasticitě, VŠB – TU Ostrava, 2001, ISBN 80-7078-934-4

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Martin Fusek, Ph.D.**

Datum zadání: 20.12.2010

Datum odevzdání: 23.5.2011



doc. Ing. Radim Halama, Ph.D.  
vedoucí katedry



prof. Ing. Radim Farana, CSc.  
děkan fakulty

### **Místopřísežné prohlášení studenta**

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě: 23.05.2011

  
.....

Podpis studenta

Prohlašuji, že

- byl jsem seznámen s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména §35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a §60 – školní dílo.

- беру на ве́домі́, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§35 odst. 3).

- souhlasím s tím, že jeden výtisk bakalářské práce bude uložen v Ústřední knihovně VŠB-TUO k prezenčnímu nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové (bakalářské) práce. Souhlasím s tím, že údaje o bakalářské práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.

- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu §12 odst. 4 autorského zákona.

- bylo sjednáno, že užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnou licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).

V Ostravě :. 23.05.2011

Matyáš Tomáš

Plné jméno studenta

Jméno a příjmení autora práce: Tomáš Matýsek

Adresa trvalého bydliště: Holasovice 137, 74774

## **Poděkování**

Chtěl bych poděkovat Ing. Martinu Fuskovi, Ph.D. za ochotu podělit se o své znalosti ohledně zadaného tématu. A také za jeho trpělivost při zodpovídání dotazů.

## **ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE**

Matýsek, T. *Výpočet tepelně namáhaného šroubového spoje: bakalářská práce.*  
Ostrava : VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra pružnosti a  
pevnosti, 2011, 58 s. Vedoucí práce: Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Bakalářská práce se zabývá výpočtem tepelně namáhaného šroubového spojení. Předpětí ve šroubu je vyvozeno silou  $F_s=21000$  N. Celé šroubové spojení bude zatíženo teplotou a to tak, že na spojované části působí teplota  $230^{\circ}\text{C}$  a na samotný šroub teplota  $200^{\circ}\text{C}$ . K řešení této problematiky bude využita analytická metoda výpočtu a následné srovnání s výpočtem provedeným počítačem tzv. metodou konečných prvků.

## **ANNOTATION OF MASTER THESIS**

Matýsek, T. *Calculation of Heat-stressed Bolt Connection: Bachelor Thesis.*  
Ostrava : VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering,  
Department

of Mechanics of Materials, 2011, 58 p. Thesis head: Ing. Martin Fusek, Ph.D.

The Bachelor thesis deals with the calculation of heat-stressed bolt connection. Preload in the bolt is derived force  $F_s=21000\text{N}$ . Whole-connection will be burdened with the temperature so that the mating parts operating temperature of  $230^{\circ}\text{C}$  and the screw itself  $200^{\circ}\text{C}$ . To address this issue will be used analytical method of calculation and sub-sequent comparison with the calculation made by a computer called finite elements.

# OBSAH

SEZNAM POUŽITÝCH OZNAČENÍ.....	8
1 Úvod.....	11
2 Teoretická část.....	12
2.1 Šroubové spoje.....	12
2.1.1 Závity.....	12
2.1.2 Silové poměry na šroubu.....	13
2.1.3 Součinitele tření v závitech a na dosedacích plochách hlav nebo matic ..	17
2.1.4 Moment potřebný k utažení šroubu.....	18
2.1.5 Šroubové spoje s přepětím.....	19
2.1.6 Vliv teploty na předepjaté šroubové spojení.....	24
2.2 Metoda konečných prvků.....	28
2.2.1 Použitý software.....	28
2.2.2 Podstata.....	28
2.2.3 Postup řešení metodou konečných prvků.....	28
2.2.4 Deformační varianta metody konečných prvků.....	29
2.2.5 Analýza prvku.....	30
3 Praktická část.....	32
3.1 Analytická část.....	32
3.1.1 Materiály součástí.....	33
Materiály spojovaných částí.....	34
3.1.2 Výpočet tuhostí šroubu a přírub.....	34
3.1.3 Kontrola šroubu bez teploty.....	36
3.1.4 Kontrola šroubu s teplotou.....	37
3.2 Numerická část.....	41
3.2.1 Model.....	41
3.2.2 Okrajové podmínky.....	42
3.2.3 Posuvy.....	42
3.2.4 Napětí.....	43
3.3 Porovnání výsledků.....	45
4 Závěr.....	46
5 Seznam použité literatury.....	47

## **SEZNAM POUŽITÝCH OZNAČENÍ**

Značka	Rozměr	Význam
$k_S$	$[-]$	statická bezpečnost
$k_{St}$	$[-]$	statická bezpečnost po teplotě
$P$	$[-]$	rozteč závitu
$f_z$	$[-]$	tření v závitu
$f_z'$	$[-]$	součinitel smykového tření na závitu s ostrým profilem
$C_S$	$\left[\frac{N}{mm}\right]$	tuhost šroubu
$C_p$	$\left[\frac{N}{mm}\right]$	tuhost přírub
$C_{pa}$	$\left[\frac{N}{mm}\right]$	celková tuhost příruby $a$
$C_{pb}$	$\left[\frac{N}{mm}\right]$	tuhost příruby $b$
$C_{pc}$	$\left[\frac{N}{mm}\right]$	tuhost příruby $c$
$C_{pa_1}$	$\left[\frac{N}{mm}\right]$	tuhost příruby $a$
$C_{pp}$	$\left[\frac{N}{mm}\right]$	tuhost pouzdra 1
$S_p$	$[mm^2]$	plocha přírub
$S_s$	$[mm^2]$	plocha šroubu
$S_{d_3}$	$[mm^2]$	plocha šroubu na průměru $d_3$
$E_a$	$[MPa]$	modul pružnosti v tahu příruby $a$
$E_b$	$[MPa]$	modul pružnosti v tahu příruby $b$
$E_c$	$[MPa]$	modul pružnosti v tahu příruby $c$
$E$	$[MPa]$	modul pružnosti v tahu šroubu
$E_{pat}$	$[MPa]$	modul pružnosti v tahu příruby $a$ při teplotě 230 °C
$E_{pbt}$	$[MPa]$	modul pružnosti v tahu příruby $b$ při teplotě 230 °C
$E_{pct}$	$[MPa]$	modul pružnosti v tahu příruby $c$ při teplotě 230 °C
$E_{st}$	$[MPa]$	modul pružnosti v tahu šroubu



$E_{pt}$	$[MPa]$	při teplotě 200 °C modul pružnosti v tahu přírub
$R_e$	$[MPa]$	při teplotě 230 °C mez kluzu šroubu
$\sigma_S$	$[MPa]$	tahové napětí ve šroubu
$\sigma_{red}$	$[MPa]$	redukované napětí ve šroubu
$\sigma_{St}$	$[MPa]$	tahové napětí ve šroubu po zatížení teplotou
$\tau$	$[MPa]$	krutové napětí ve šroubu
$l_{pa}$	$[mm]$	délka příruby $a$
$l_{pb}$	$[mm]$	délka příruby $b$
$l_{pc}$	$[mm]$	délka příruby $c$
$l_s$	$[mm]$	délka šroubu
$d$	$[mm]$	velký průměr závitu šroubu
$d_2$	$[mm]$	střední průměr závitu šroubu
$d_3$	$[mm]$	malý průměr závitu šroubu
$D_s$	$[mm]$	vnější redukovaný průměr náhradní trubky
$D_v$	$[mm]$	průměr díry v přírubách
$L_2$	$[mm]$	celková délka přírub
$\lambda_a$	$[mm]$	prodloužení příruby $a$ po aplikaci předpětí
$\lambda_b$	$[mm]$	prodloužení příruby $b$ po aplikaci předpětí
$\lambda_c$	$[mm]$	prodloužení příruby $c$ po aplikaci předpětí
$\lambda_s$	$[mm]$	prodloužení šroubu po aplikaci předpětí
$\lambda_a'$	$[mm]$	prodloužení příruby $a$ po aplikaci teploty
$\lambda_b'$	$[mm]$	prodloužení příruby $b$ po aplikaci teploty
$\lambda_c'$	$[mm]$	prodloužení příruby $c$ po aplikaci

$\lambda_s$	$[mm]$	teploty prodloužení šroubu po aplikaci teploty
$\alpha_a$	$[^{\circ}C^{-1}]$	teplotní součinitel délkové roztlačnosti příruby $a$
$\alpha_b$	$[^{\circ}C^{-1}]$	teplotní součinitel délkové roztlačnosti příruby $b$
$\alpha_c$	$[^{\circ}C^{-1}]$	teplotní součinitel délkové roztlačnosti příruby $c$
$\alpha_s$	$[^{\circ}C^{-1}]$	teplotní součinitel délkové roztlačnosti šroubu
$F_s$	$[N]$	předpětí ve šroubu
$F_{st}$	$[N]$	předpětí ve šroubu po zatížení teplotou
$\alpha$	$[^{\circ}]$	úhel profilu závitu šroubu
$\gamma$	$[^{\circ}]$	úhel stoupání závitu šroubu
$\varphi$	$[^{\circ}]$	úhel tření v závitové drážce šroubu
$M_z$	$[N \cdot mm]$	krouticí moment namáhající jádro šroubu
$M_T$	$[N \cdot mm]$	celkový moment na klíči
$M_z$	$[N \cdot mm]$	moment odporu v závitech
$M_{tm}$	$[N \cdot mm]$	moment tření na dosedací ploše
$W_K$	$[mm^3]$	modul průřezu v krutu
$t_p$	$[^{\circ}C]$	teplota přírub a ostatních částí
$t_s$	$[^{\circ}C]$	teplota šroubu
$t_0$	$[^{\circ}C]$	teplota na počátku

# 1 Úvod

Předepjaté šroubové spoje tvoří převážnou většinu v praxi používaných šroubových a závitových spojů. Tyto spoje jsou již při montáži zatíženy poměrně velkou vnitřní osovou silou zajišťující potřebnou silovou vazbu stykových ploch spojovaných materiálů. Předpjaté šroubové spoje se obecně používají tam, kde se požaduje zvýšení únavové pevnosti spojovacích ale také spojovaných součástí, dále k zajištění těsnosti spoje, tj. vyvození těsnícího tlaku ve spoji, zajištění tuhosti spojení a zamezení vzniku rázů při střídavém zatížení, nebo zmírnění účinků těchto rázů. Správně předepjatý spoj tak tvoří i za provozu jednolitý celek se zaručeným silovým dotykem ve stykových plochách a s neměnnou vzájemnou polohou spojovaných částí.

Cílem je zkontrolovat zadané předepjaté šroubové spojení, které je navíc teplotně namáháno. Šroubové spojení je zatíženo předpětím o hodnotě  $F_s = 21000\text{N}$ . Teploty, které působí na zadané šroubové spojení jsou  $230^\circ\text{C}$  u přírub a ostatních částí kromě šroubu, který má teplotu  $200^\circ\text{C}$ .

## 2 Teoretická část

### 2.1 Šroubové spoje

Šroubové spoje jsou nejčastěji používaná rozebíratelná spojení. Výhody tohoto spojení jsou jednoduchost, pevnost, spolehlivost, jednoduchá montáž bez poškození součástí, vzájemná vyměnitelnost díky normalizaci a umožňují stáhnutí součástí předepsanou silou. Nevýhodou těchto spojů jsou citlivost spojení součástí na chvění, kterým se spoj uvolňuje, šroubový spoj zvyšuje hmotnost stroje a zeslabuje ho dírami.

Rozlišujeme šrouby [5]:

- Spojovací (normalizované a nenormalizované)
- Pro speciální účely (stavěcí šrouby, závěsné šrouby)
- Pohyblivé (speciálně konstruované pro zadané použití)

#### 2.1.1 Závity

Základním prvkem jak šroubu tak matice je šroubový závit. Šroubový závit realizuje bezprostřední spojení součástí. Závit je tvořen profilem navinutým na šroubovici, která vzniká navinutím pravoúhlého trojúhelníku na válec obr. č. 1, kde  $d_2$  je střední průměr závitu. Z pravoúhlého trojúhelníka na obr. č. 1 vyplývají dva základní parametry závitu [5]:

1. stoupání závitu  $P_h$  – vzdálenost o kterou se osově posune matice za jednu otáčku
2. úhel stoupání závitu  $\psi$ , který počítáme ze vztahu[5]:

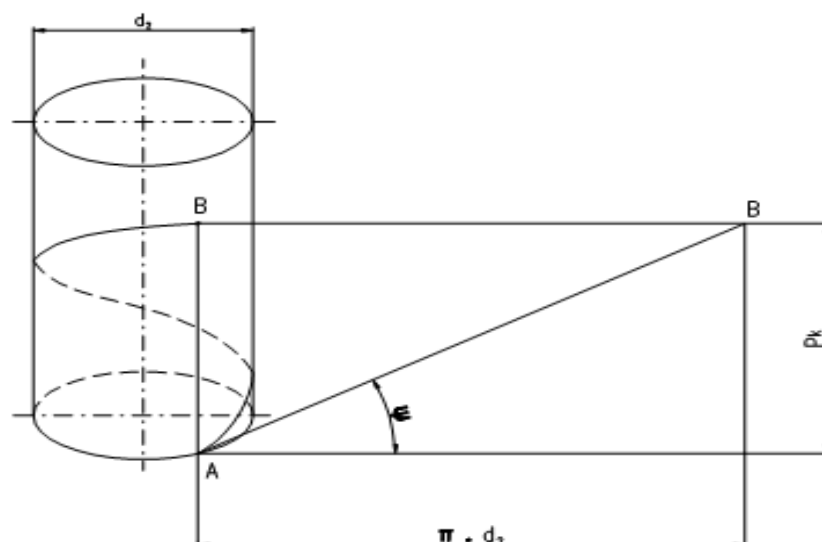
$$\operatorname{tg} \psi = \frac{P_h}{\pi \cdot d_2} \quad (2.1)$$

Kde:

$\psi$ ... úhel stoupání závitu,

$P_h$ ... stoupání závitu,

$d_2$ ... střední průměr závitu.



**Obr. č. 1 Válec o středním průměru s pravoúhlým trojúhelníkem**

### **2.1.2 Silové poměry na šroubu**

Pro zjednodušení předpokládejme plochý profil závitů šroubu a matice, které se dotýkají a bodě A (element matice), jak je znázorněno na obr. č. 2. Poněvadž šroubovici jednoho závitu můžeme rozvinutím do roviny graficky znázornit pravoúhlým trojúhelníkem, jsou síly působící na šroubu obdobné silám působícím na nakloněné rovině s úhlem sklonu rovným úhlu stoupání závitu  $\psi$ . Svislé tíže břemena odpovídá osová síla ve šroubu  $F_O$ . Vodorovné hnací síle, působící na břemeno, odpovídá síla  $F_Z$  působící v důsledku utahovacího momentu na závit tečně na středním průměru závitu  $d_2$  v bodě dotyku závitů A. Při stanovení sil působících na šroubu v důsledku utahení či povolení matice vycházíme z rovnováhy sil působících na závit.

#### **2.1.2.1 Utahování matice na šroubu**

Utahování matice na šroubu odpovídá zdvínání břemene rovnoměrným pohybem po nakloněné rovině nahoru. Třecí síla  $F_T$  odkloňuje normálovou reakci závitu šroubu  $F_N$  o třecí úhel  $\varphi$  smykového tření na závit do šikmé reakce  $F_R$ . Rovnováhu sil  $F_Z$ ,  $F_O$ ,  $F_R$  v rovině řešíme buď analyticky pomocí dvou rovnovážných rovnic nebo graficky pomocí silového trojúhelníku. Ze silového trojúhelníku rovnováhy sil na obr. Plyne vztah [5]:

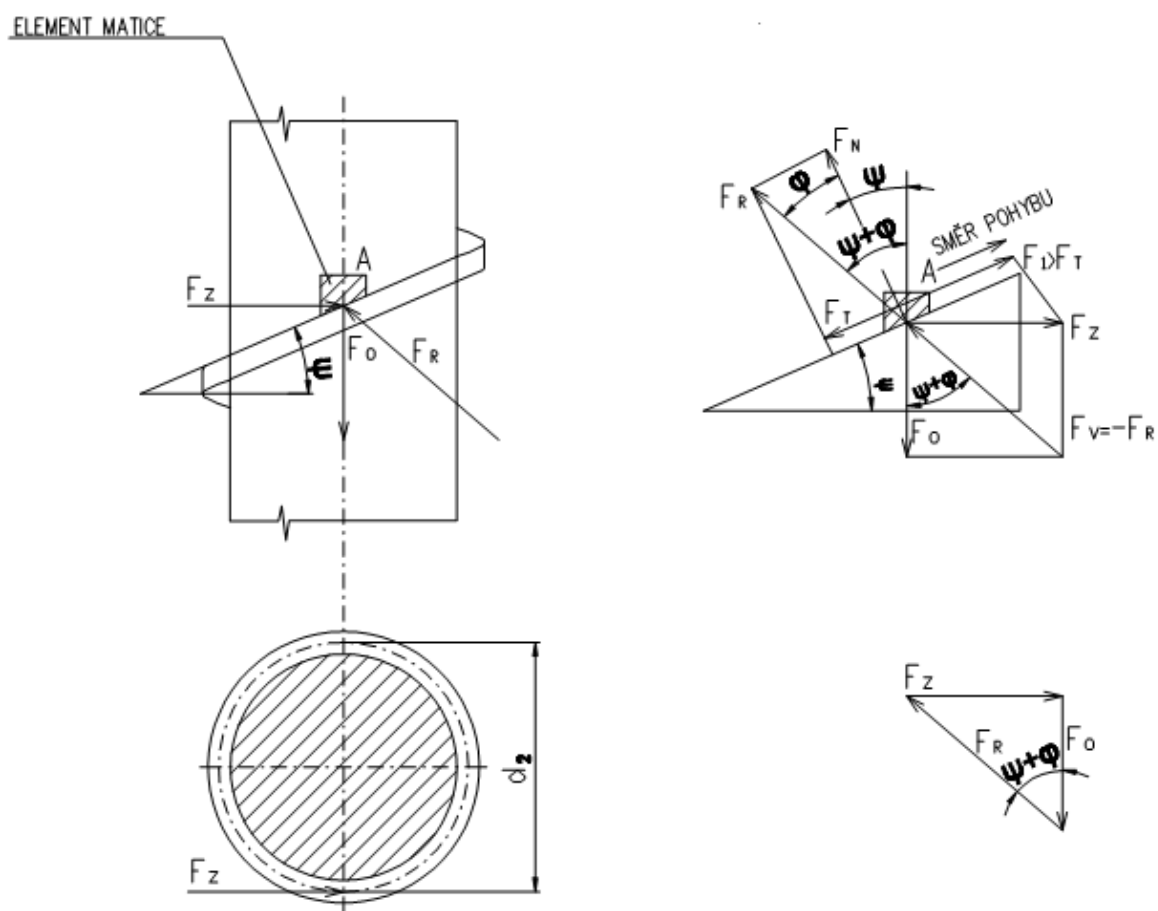
$$F_Z = F_O \cdot \tan(\psi + \varphi) \quad (2.2)$$

Kde:

$F_z$ ... síla působící na středním průměru  $d_2$ ,

$F_0$ ... osová síla ve šroubu,

$\varphi$ ... třecí úhel.



Obr. č. 2 Grafické řešení vztahu (2.2)

Třecí úhel  $\varphi$  se vypočítá s pomocí součinitele tření na závitu  $f_z$  ze vztahu[5]:

$$\operatorname{tg} \varphi = f_z \quad (2.3)$$

Kde:

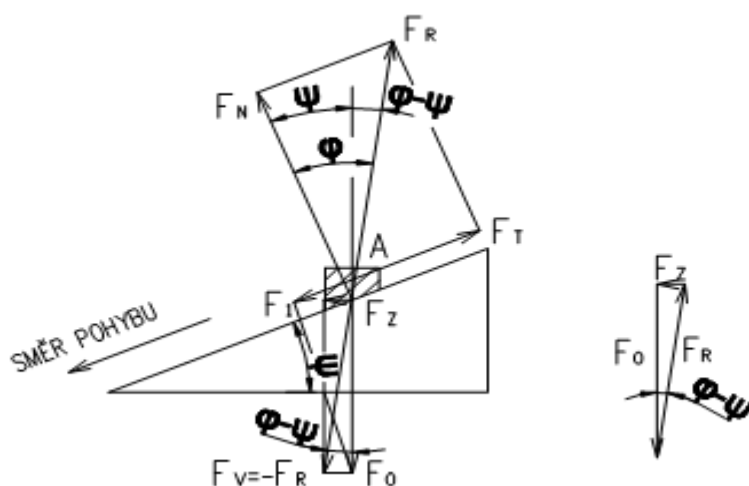
$f_z$ ... součinitel tření na závitu.

Síly na šroubu při uvolnění se musí řešit zvlášť pro nesamosvorný šroub a samosvorný šroub, ale já věnuji pozornost pouze samosvornému řešení jelikož samosvornost je základní vlastností spojovacích šroubů.

### 2.1.2.1.1 Samosvorné řešení

Jelikož  $\psi < \varphi$  a síla působící na závít  $F_Z$  vychází záporná tak se břemeno nemůže samovolně po nakloněné rovině spustit. Matice se působením osově síly  $F_O$  nemůže samovolně roztočit. K uvolnění matice, neboli spuštění břemene po nakloněné rovině, je nutná určitá velikost síly  $F_Z$ . Ze silového trojúhelníku sil na obr. č. 3 platí vztah [5]:

$$F_Z = F_O \cdot \operatorname{tg}(\varphi - \psi) \quad (2.4)$$



Obr. č. 3 Grafické řešení vztahu (2.4)

V případě samosvornosti šroubové vazby musí být třecí síla  $F_T$  na závitu větší než hnací síla  $F_1$  od osově síly  $F_O$  obr. č. 3 [5]:

$$\begin{aligned} F_T &\geq F_1 \\ \varphi &\geq \psi \end{aligned} \quad (2.4)$$

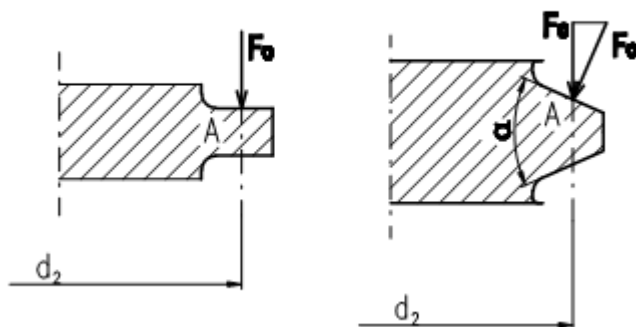
Kde:

$F_T$ ... třecí síla na závitu,

$F_1$ ... hnací síla od osově síly  $F_O$ .

Pokud nastane případ že:  $\varphi < \psi$  pak se jedná o nesamosvorný šroub. Matice se při zatížení šroubu osovou silou samovolně uvolní. Nesamosvornosti se úspěšně využívá u pohybových šroubů.

Jelikož většina šroubových závitů má ostrý profil tak nyní z předpokládaného plochého profilu závitu přejdeme na ostrý profil. Závit s ostrým profilem závitového boku způsobuje odklon normálové síly, která způsobuje třecí sílu obr. č. 4 [5]:



**Obr. č. 4 Plochý profil nahrazený ostrým profilem a odklonění normálové síly**

$$F_T = F_0 \cdot f_z' \quad (2.5)$$

$$f_z' = \operatorname{tg} \varphi = \frac{f_z}{\cos \frac{\alpha}{2}} \quad (2.6)$$

Kde:

$\alpha$ ... úhel profilu závitu,

$f_z'$ ... součinitel smykového tření na závitu s ostrým profilem,

$\varphi'$ ... redukovaný třecí úhel.

Z porovnání posledních dvou vztahů plyne, že největší tření má metrický závit a naopak nejmenší lichoběžníkový závit. Proto se metrický závit hodí pro spojovací šrouby a lichoběžníkový závit pro pohybové šrouby.

Výsledný vztah pro ostrý závit mezi silami  $F_Z$  a  $F_O$  pak bude [5]:

$$(2.7)$$



### 2.1.3 Součinitele tření v závitech a na dosedacích plochách hlav nebo matic

Zkouškami bylo zjištěno, že nelze zjistit nějakou střední platnou hodnotu součinitelů tření na závitech  $f_z$ , ani součinitelů tření  $f_m$  na dosedací ploše hlavy nebo matice.

Při výpočtu momentu na klíči  $M_{tk}$  (který musíme znát, chceme-li dosáhnout určitého svěracího tlaku na dosedacích plochách spojovaných součástí, nebo vyvodit ve šroubu určité požadované předpětí), musíme počítat s rozptylem těchto součinitelů tření. Součinitel tření v závitech  $f_z$  je závislý na drsnosti povrchu závitu, použitém mazivu, na úpravě povrchu závitu šroubu a matice, na změně úhlu boku závitu vlivem trvalé deformace, na pořadí tepelného zpracování ve výrobním procesu šroubu a někdy i na velikosti zatížení. Součinitel tření  $f_m$  na dosedacích plochách hlav nebo matic je nezávislý na tlaku  $p_s$  na dosedací plochu.

Zajímavé je, že pro tření je jemně obrobená plocha vhodnější než vyleštěná, a dokonce někdy vhodnější než plocha hrubě obrobená. Pravděpodobně je příčina v tom, že z vyleštěné plochy se snadněji vytlačí mazivo.

Velikost  $f_z$  se určujeme experimentálně na skutečném šroubovém spoji. Příklady hodnot součinitele smykového tření jsou uvedeny v tab. č. 1.

$f_z$ [-]	povrchová úprava	závity mazány
0,19-0,36	žádná	ne
0,16-0,24		olejem
0,12-0,18		Pastou MoS <sub>2</sub>
0,28-0,40	fosfátovaný	ne
0,17-0,30		olejem
0,13-0,17		Pastou MoS <sub>2</sub>
0,10-0,185	kadmiovaný	ne
0,10-0,17		olejem
0,13-0,17		Pastou MoS <sub>2</sub>

**Tab. č. 1: Součinitele tření [5]**

### 2.1.4 Moment potřebný k utažení šroubu

Utahováním šroubu, který je zatížen osovou silou, je nutno momentem na klíči  $M_T$  překonat moment odporu v závitech  $M_Z$  a moment tření  $M_{tm}$  na dosedací ploše šroubové hlavy nebo matice z této definice plyne vztah [5]:

$$M_T = M_Z + M_{tm} \quad (2.8)$$

Kde:

$M_T$ ... celkový moment na klíči,

$M_Z$ ... moment odporu v závitech,

$M_{tm}$ ... moment tření na dosedací ploše.

#### 2.1.4.1 Moment potřebný k překonání odporu v závitech matice

Při utahování překonáváme složku síly  $F_O$ , která působí na šroub a způsobuje tření v závitech, a tím vzniká moment odporu v závitu  $M_Z$  [5]:

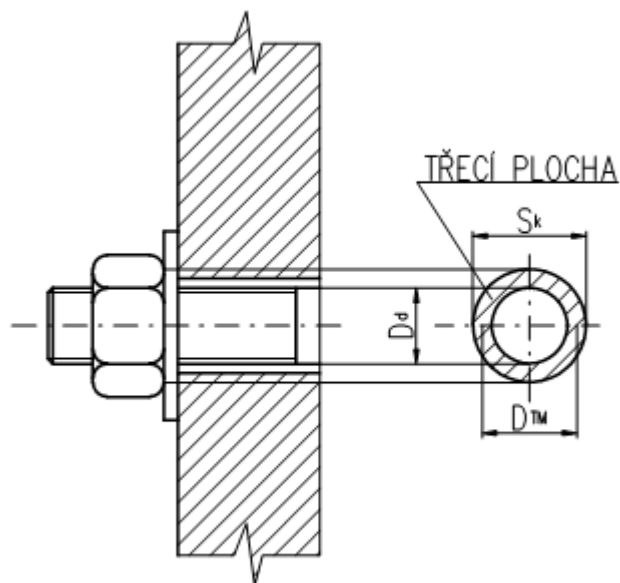
$$M_Z = F_Z \cdot \frac{d_2}{2} = F_O \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \varphi') \quad (2.9)$$

Kde:

$d_2$ ... střední průměr závitu.

#### 2.1.4.2 Moment potřebný k překonání odporu proti otáčení matice nebo hlavy šroubu na dosedacích plochách při utahování

Utahováním matice vzniká na dosedací ploše matice a podložky tlak, který způsobí tření mezi těmito plochami obr. č. 5.



**Obr. č. 5 Třecí plocha vzniklá utahováním matice [5]**

$$M_{tm} = F_o \cdot f_m \cdot \frac{D_{TM}}{2} = F_o \cdot f_m \cdot \frac{D_d + s_k}{2} \quad (2.10)$$

Kde:

$f_m$ ... součinitel tření na dosedacích plochách,

$D_{TM}$ ... střední průměr třecí plochy,

$D_d$ ... velikost díry v podložce,

$s_k$ ... velikost otvoru utahovacího klíče.

### 2.1.5 Šroubové spoje s přepětím

Předpětí se obecně používá tam, kde se požaduje [4]:

- Zvýšení únavové pevnosti spojovacích a někdy i spojovaných součástí;
- Zajištění těsnosti spoje, tj. vyvození těsnícího tlaku ve spoji;
- Zajištění tuhosti spojení;
- Zamezení vzniku rázů při střídavém zatížení, nebo zmírnění účinků rázů.

Ve šroubovém spojení vzniká po dosednutí matice a hlavy šroubu na spojované části dalším dotahováním matice předpětí, takže se šroub i příruby pružně deformují.

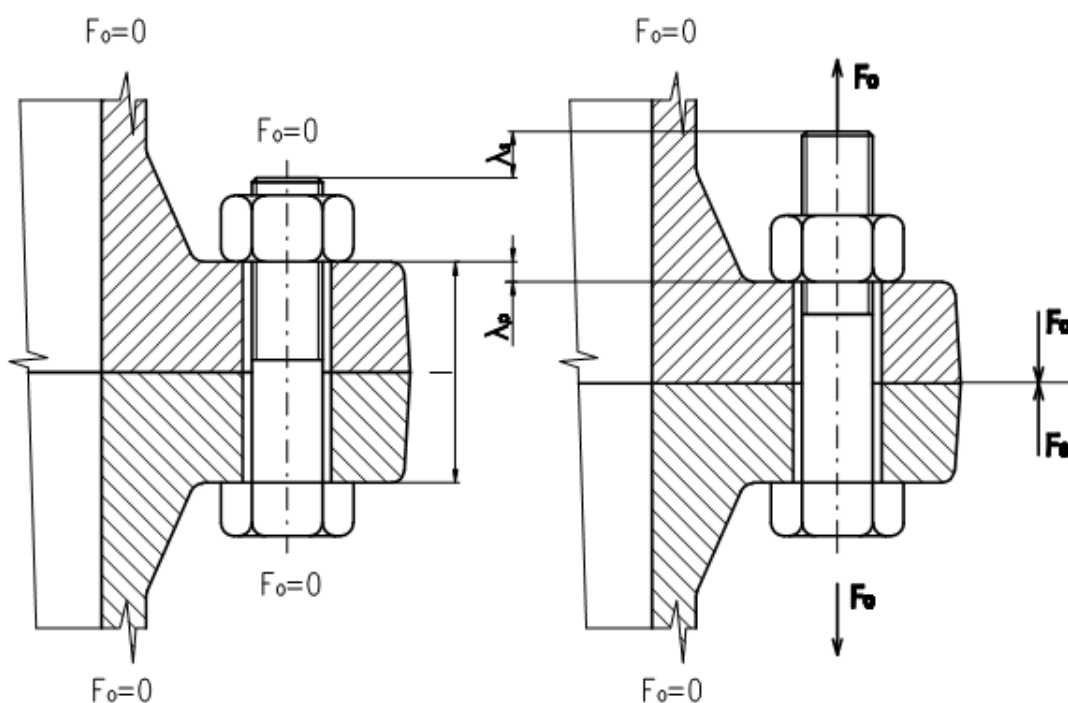
Šrouby používané pro předejaté spoje jsou vždy vysoce namáhány.

Jejich napětí se velmi přibližují přípustným mezím, které jsou: mez kluzu při statickém zatížení, mez únavy při zatížení dynamickém. Poměr mezi mezním napětím a vypočteným napětím se nazývá bezpečnost, kterou je nutné vždy kontrolovat.

### 2.1.5.1 Síly v předepjatém šroubovém spojení

Předepnutím šroubu, který spojuje příruby silou  $F_0$ . Dojde k prodloužení šroubu o  $\lambda_s$  a ke stlačení přírub o  $\lambda_p$  dle obr. č. 6. Platí [4]:

$$\lambda_s + \lambda_p = \lambda \quad (2.11)$$



**Obr. č. 6 Zobrazení prodloužení a stlačení přírub silou  $F_0$**

Z rovnice pro Hookův zákon platí pro šroub a přírubu [4]:

$$\varepsilon_s = \frac{\lambda_s}{l_s} = \frac{\sigma_s}{E_s}, \quad \varepsilon_p = \frac{\lambda_p}{l_p} = \frac{\sigma_p}{E_p} \quad (2.12)$$

Kde:

$\varepsilon_s$ ... poměrné prodloužení šroubu,

$\varepsilon_p$ ... poměrné stlačení přírub,  
 $\lambda_s$ ... prodloužení šroubu,  
 $\lambda_p$ ... stlačení přírub,  
 $l_s$ ... délka šroubu,  
 $l_p$ ... délka přírub,  
 $\sigma_p$ ... napětí v přírubách,  
 $\sigma_s$ ... napětí ve šroubu,  
 $E_p$ ... modul pružnosti v tahu přírub,  
 $E_s$ ... modul pružnosti v tahu šroubu.

Dosazením za:

$$\sigma_s = \frac{Fo}{S_s}, \sigma_p = \frac{Fo}{S_p} \quad (2.13)$$

Kde:

$S_s$ ... plocha šroubu,  
 $S_p$ ... plocha přírub.

Dosazením rovnice (2.13) do rovnice (2.12) dostaneme, že [4]:

$$\lambda_s = \frac{Fo \cdot l_s}{E_s \cdot S_s} = \frac{Fo}{C_s}, kde C_s = \frac{E_s \cdot S_s}{l_s} \quad (2.14)$$

$$\lambda_p = \frac{Fo \cdot l_p}{E_p \cdot S_p} = \frac{Fo}{C_p}, kde C_p = \frac{E_p \cdot S_p}{l_p} \quad (2.15)$$

Kde:

$C_s$ ... tuhost šroubu,  
 $C_p$ ... tuhost přírub.

Šroub je mimo tahu také namáhán od utažení matice na krut. Obě tyto namáhání se počítají v místě nebezpečného průřezu šroubu, tedy v jádře závitu [5]:

$$\tau = \frac{M_z}{W_k} = \frac{F_o \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \varphi')}{\frac{\pi \cdot d_3^3}{16}} \quad (2.16)$$

Kde:

$W_k$ ... modul průřezu v krutu,

$d_3$ ... malý průměr závitu šroubu,

$\tau$ ... krutové napětí.

Pevnostní kontrolu podle Guesta vyjadřujeme součinitelem statické bezpečnosti [5]:

$$\sigma_s = \frac{Re}{\sigma_{red}} = \frac{Re}{\sqrt{\sigma_s^2 + 4 \cdot \tau^2}} \geq 1,5 \quad (2.17)$$

Kde:

$k_s$ ... součinitel statické bezpečnosti,

$Re$ ... mez pevnosti v kluzu,

$\sigma_{red}$ ... redukované napětí.

### 2.1.5.2 Výpočet tuhostí spojovaných částí

Tuhost se obecně nazývá odpor součásti proti deformaci. Z tahové zkoušky vyplývá vztah [5]:

$$c = \operatorname{tg} \alpha = \frac{F}{\Delta l} \quad (2.11)$$

Kde:

$c$ ... tuhost,

$F$ ... zátěžná síla,

$\alpha$ ... úhel sklonu křivky,

$\Delta l$ ... změna délky.

Pro pružné deformace platí Hookeův zákon [5]:

$$\sigma = E \cdot S = E \cdot \frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{S} \quad (2.12)$$

#### 2.1.5.2.1 Výpočet tuhosti šroubu

Spojením rovnic (2.11) a (2.12) z jejichž spojení vyplyne vztah [5]:

$$c_s = \frac{Es \cdot S_s}{l_s} \quad (2.13)$$

Šroub je ovšem složen z více částí a jeho jsou prvky spojené za sebou (sériově) a tudíž se výsledná tuhost vypočte jako převrácená hodnota tuhosti ze vztahu [5]:

$$c = \frac{1}{\sum_{i=1}^k \frac{1}{c_i}} \quad (2.14)$$

Kde:

$c_i$ ... jsou tuhosti jednotlivých částí šroubu

#### **2.1.5.2.2 Výpočet tuhosti přírub**

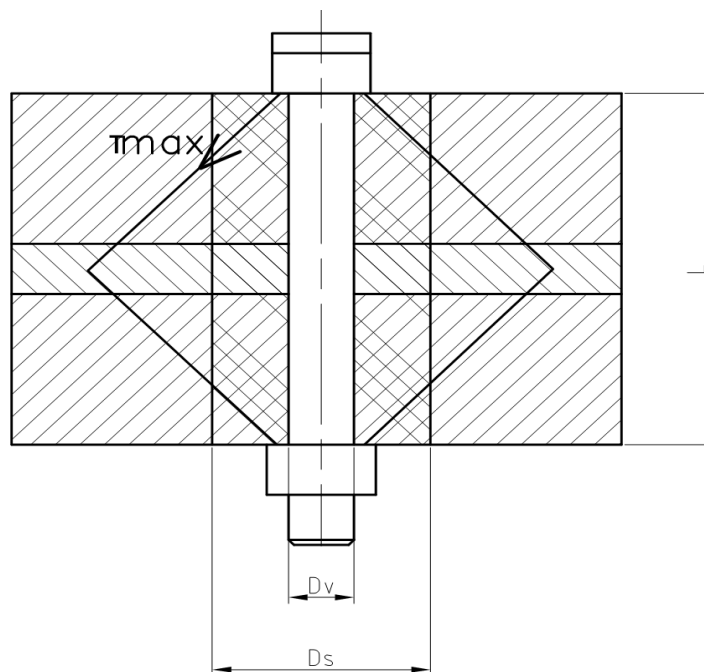
Stejně jako u šroubu se vychází z rovnice (2.13) ovšem s odlišnými indexy tudíž [5]:

$$c_p = \frac{Ep \cdot S_p}{l_p} \quad (2.13)$$

U přírub se jedná o paralelní spojení a celková tuhost se spočte [5]:

$$c = \sum_{i=1}^k c_i \quad (2.14)$$

U tuhosti přírub nastává stěžejní komplikace a to pro případ plochy  $S_p$ . Určení této deformované plochy není jednoduché jelikož se deformuje v určitém okolí matice a hlavy šroubu. Tuto oblast pružných deformací vymezuje tzv. Bachův komolý kužel. Jeho pocršky určuje směr max. smykových napětí  $\tau_{max}$ . Pro homogenní materiály svírá úhel  $\alpha=45^\circ$ . Pro výpočty ovšem tento nelze použít a proto ho redukuje na tzv. Rötschrův válec, který má stejné deformační vlastnosti obr. č. 7.



**Obr. č. 7. Redukce Bachova komolého dvojkužele na Rötscherův válec**

$$S_p = \frac{\pi}{4} \cdot \left[ \left( D_s + \frac{L}{2} \right)^2 - D_v^2 \right]$$

Kde:

$D_s$ ... redukovaný průměr Rötscherova válce,

$L$ ... celková délka přírub,

$D_v$ ... průměr díry.

### 2.1.6 Vliv teploty na předepjaté šroubové spojení

Vlivem teploty se vlastnosti kovů velmi výrazně mění a znalost jejich mechanických vlastností, které byly zjištěny za normálních teplot nestačí k provedení výpočtu. Současně se ovšem, že mechanické vlastnosti zjištěné dosavadními metodami krátkodobého zkoušení se kryjí se skutečností jenom pro málo zvýšené teploty (např. uhlíkové oceli asi do 200 až 250 °C, u legovaných ocelí do 300 až 350°C, pro těžké a lehké kovy do 50 až 150°C) [4].



### 2.1.6.1 Vliv teploty na velikost předpětí šroubového spojení

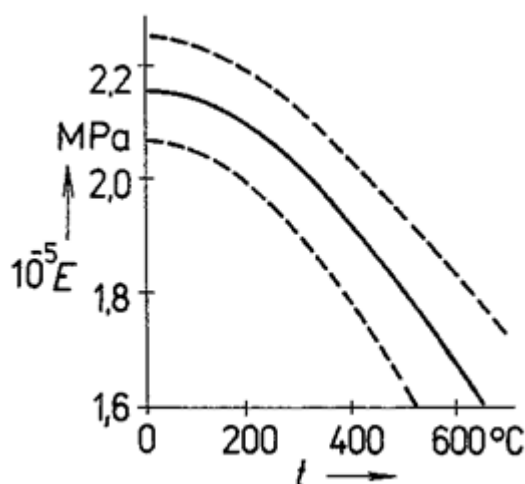
Vliv provozní teploty na velikost předpětí šroubu bude různý podle toho [4]:

- a) Jsou-li sevřené části a šrouby z materiálů s různými součiniteli tepelné a lineární roztažnosti  $\alpha_p < \alpha_s$  nebo  $\alpha_p > \alpha_s$
- b) Jsou-li sevřené části a šrouby z materiálů se stejným součinitelem tepelné a lineární roztažnosti ( $\alpha_p = \alpha_s$ )
- c) Je-li teplota sevřených částí jiná než teplota šroubů ( $t_p > t_s$ ,  $t_p < t_s$ )
- d) Je-li teplota sevřených částí stejná jako teplota šroubů ( $t_p = t_s$ )

V praxi mohou vzniknout kombinace ac, ad, bc a bd. Nejčastější je kombinace ac, a ostatní kombinace jsou zvláštní případy této kombinace.

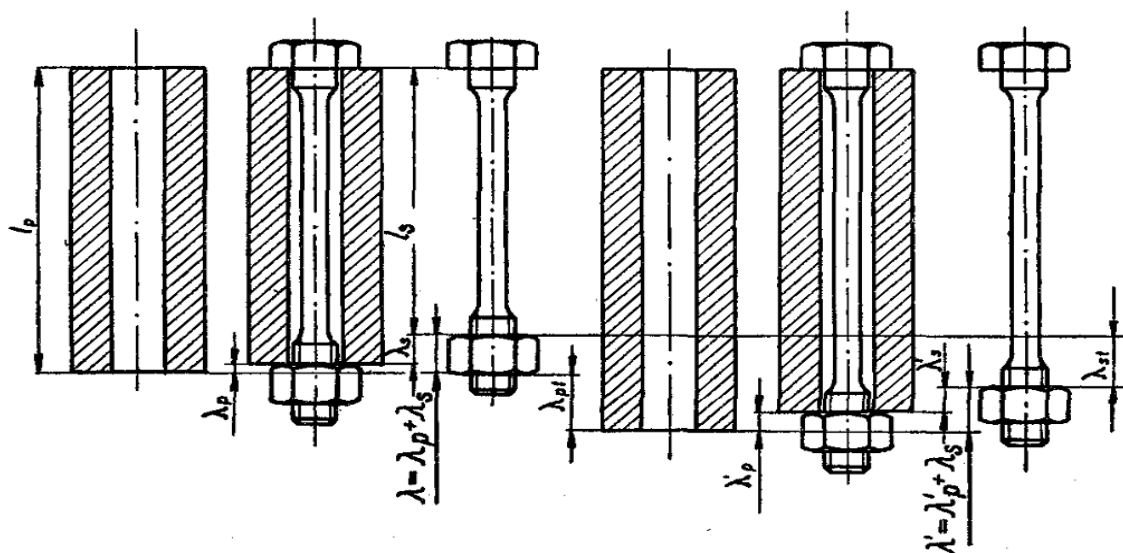
Ohřátím šroubového spoje dojde k tomu, že spojované součásti roztáhnou působením teploty, ale dojde také ke snížení modulu pružnosti v tahu a ke zvýšení napětí.

Na obr. č. 8 Je znázorněna závislost modulu pružnosti v tahu-tlaku na teplotě pro konstrukční ocel. Čárkovaně je vyznačeno rozptylové pásmo.



Obr. č. 8 Závislost modulu pružnosti v tlaku na teplotě [3]

Ke změně předpětí dojde díky rozdílným tepelným prodloužením způsobeným rozdílnou teplotou příruby a šroubu a rozdílností součinitelů tepelné roztažnosti, jejichž velikost s teplotou vzrůstá. Změna předpětí  $F_{Ot}$  při zvýšení teploty se vypočítá z původního předpětí  $F_O$ , kterého bylo dosaženo za normální teploty a z podmínky, že délka šroubu a příruby musí být stejná obr. č. 9 [4].



Obr. č. 9 Zobrazení prodloužení po zahřátí [4]

Platí [4]:

$$l_p \cdot [1 + \alpha_p \cdot (t_p - t_0)] + \lambda_p - \lambda'_p = l_s \cdot [1 + \alpha_s \cdot (t_s - t_0)] + \lambda_s - \lambda'_s \quad (2.18)$$

Kde:

$l_p$ ... délka příruby,

$l_s$ ... délka šroubu,

$\alpha_p$ ... součinitel délkové tepelné roztažnosti příruby,

$\alpha_s$ ... součinitel délkové tepelné roztažnosti šroubu,

$t_p$ ... teplota přírub,

$t_s$ ... teplota šroubu,

$t_0$ ... počáteční teplota,

$\lambda_p$ ... stlačení po zahřátí příruby díky předpětí  $F_{0t}$ ,

$\lambda_s$ ... prodloužení po zahřátí šroubu.

změna tuhosti sevřených částí [4]:

$$C_{St} = C_s \cdot \frac{E_{st}}{E_s}, C_{pt} = C_p \cdot \frac{E_{pt}}{E_p} \quad (2.19)$$

Kde:

$C_{St}$ ... tuhost šroubu při určité teplotě,

$C_{Pt}$ ... tuhost přírub při určité teplotě,

$E_{Pt}$ ... modul pružnosti v tahu přírub při určité teplotě,

$E_{St}$ ... modul pružnosti v tahu šroubu při určité teplotě.

prodloužení pouze silou  $F_O$  [4]:

$$\lambda_p = l_p \cdot \frac{F_O}{S_p \cdot E_p} = \frac{F_O}{C_p}, \quad \lambda_s = l_s \cdot \frac{F_O}{S_s \cdot E_s} = \frac{F_O}{C_s} \quad (2.20)$$

prodloužení po zahřátí [4]:

$$\lambda'_p = \frac{F_{Ot} \cdot l_p \cdot [1 + \alpha_p \cdot (t_p - t_0)]}{S_p \cdot E_{pt}}, \quad \lambda'_s = \frac{F_{Ot} \cdot l_s \cdot [1 + \alpha_s \cdot (t_s - t_0)]}{S_s \cdot E_{st}} \quad (2.21)$$

Dosazením vztahů (2.20) a (2.21) do rovnice (2.19) vyplyne vztah [4]:

$$F_{Ot} = \frac{F_O \left( \frac{1}{C_s} + \frac{1}{C_p} \right) + l_p [1 + \alpha_p (t_p - t_0)] - l_s [1 + \alpha_s (t_s - t_0)]}{\frac{E_p}{C_p \cdot E_{pt}} \cdot l_p [1 + \alpha_p (t_p - t_0)] + \frac{E_s}{C_s \cdot E_{st}} \cdot l_s [1 + \alpha_s (t_s - t_0)]} \quad (2.22)$$

Rozdíl teploty a rozdíl roztažnosti materiálu šroubu a příruby vyvolá v tepelně namáhaném spoji zvýšení předpětí, které může nabývat i nebezpečných hodnot. To se dá zmírnit či dokonce zabránit různými konstrukčními protiopatřeními [4]:

- Umožnit přestup tepla z teplejší příruby do šroubu a tím zmenšit teplotní rozdíl.
- Zmenšit celkovou tuhost spoje.
- Použít šrouby ze slitinových ocelí o vysoké pevnosti při vysokých teplotách, z materiálů žárovevých.
- Snížit přiměřeně předpětí vyvozené dotažením za studena.

## **2.2 Metoda konečných prvků**

### **2.2.1 Použitý software**

Patran je světově nejrozšířenější pre / post-processing software pro analýzu MKP poskytující solidní modelování, síťování a nastavení analýzy pro MSC Nastran, Marc, Abaqus, LS-DYNA, ANSYS, a Pam-Crash. Patran poskytuje bohatou sadu nástrojů, které usnadňují tvorbu modelů a analýz pro lineární, nelineární, explicitní dynamiku, tepelné a jiné MKP řešiče.

Pro výpočty je použit software MD Nastran což je simulační systém, který obsahuje širokou škálu multidisciplinárních analýz. MD Nastran umožňuje výrobcům simulovat jak jednotlivé části, tak i složité sestavy a provádět rozmanitou sadu virtuálních testů. MD Nastran může být použit také pro multi-fyzikální analýzy.

### **2.2.2 Podstata**

Model součásti nebo sestavy se rozloží na menší části nazývané elementy (prvky), kterých je dle rozměru a tvaru součásti omezený počet a odtud plyne název metoda konečných prvků.

Těmto prvkům se musí nadefinovat okrajové podmínky, které zajistí vzájemné působení jednoho prvku na druhý tak, aby tyto prvky vytvořily jeden celek.

Díky těmto podmínkám se vypočítají silové a deformační faktory a to jak na hranicích jednotlivých prvků tak i uvnitř.

Metodou konečných prvků lze řešit jak prutové soustavy tak více rozměrné modely.

### **2.2.3 Postup řešení metodou konečných prvků**

Postup řešení metodou konečných prvků lze rozdělit na tři fáze [6]:

#### **1. Rozdělení kontinua na prvky**

Prvky mohou nabývat různých tvarů a to podle toho pro jakou úlohu jsou určeny. Pro rovinnou úlohu si může výpočtář vybrat jak trojúhelníkové tak obdélníkové prvky nebo prvky s různě zakřivenými hranami. Stykové body se zde umísťují ve vrcholech těchto prvků nebo také mezi nimi, zde záleží na typu použitého prvku. U trojrozměrných úloh se vytvářejí prvky čtyřstěnu, ale také šestihranu apod.

Rozdělení tělesa na prvky je na zkušenostech výpočtáře a toto rozdělení může velmi ovlivnit výsledky.

## 2. Stanovení poddajnosti

Každý prvek dle svých geometrických a fyzikálních vlastností různě odolává deformaci. Tato vlastnost se projeví v matici tuhosti nebo v matici poddajnosti. Odvození matice tuhosti je základ v celé analýze MKP.

## 3. Analýza konstrukce

Analýzou konstrukce je myšlen celý souhrn všech prvků a jejich matic tuhosti do celkové konstrukce. Tudiž všechny matice tuhosti sloučené do jedné v globálním systému.

### 2.2.4 Deformační varianta metody konečných prvků

Naprostá většina realizovaných algoritmů MKP používá kompatibilní model a řeší jej metodou deformační. Výhoda spočívá vtom, že u tohoto modelu je menší počet hledaných veličin. Další úvahy se proto budou týkat výhradně tohoto postupu.

#### 2.2.4.1 Rozdělení kontinua na konečné prvky

Podle tvaru oblasti se volí i tvar použitého prvku. Podle této specifikace se prvky dělí na jednorozměrné, dvourozměrné a prostorové. Mezi rovinné prvky patří nejjednodušší, ale také tvaru nejprizpůsobivější prvek, prvek trojúhelníkový. Používá se nejčastěji při řešení stěn a desek. Lze jím pokrýt rovinnou oblast jakéhokoliv tvaru.

Prvek čtyřúhelníkový je méně přizpůsobivý tvaru oblasti než prvek trojúhelníkový. Nejčastěji je použit ve tvaru obdélníka.

K řešení dvojrozměrných oblastí lze použít také prvky plošně zakřivené. U trojrozměrných prvků jsou nejjednodušší čtyřstěn a šestistěn což je prakticky trojrozměrná analogie trojúhelníka a čtyřúhelníka a pro jejich použití platí stejné zásady.

#### 2.2.4.2 Některé důležité typy prvků

Tvar prvku závisí na tvaru tělesa, na počtu nezávislých prostorových souřadnic a na typu napjatosti. Hranice prvků jsou nejčastěji tvořeny body, přímkami nebo plochami. Několik typických prvků s bodovými a přímkovými hranicemi [6]:

1. Tyčový prvek
2. Nosníkový prvek
3. Trojúhelníkový prvek
4. Obdélníkový prvek
5. Jehlanový prvek

6. Šestistěnný prvek

7. Deskový prvek

### 2.2.5 Analýza prvku

Pro každý prvek se vyjadřují funkce posunutí  $\{u\}$  a přetvoření  $\{\varepsilon\}$ , v závislosti na uzlových posuvech  $\{r\}$ .

Pro každý prvek tedy musíme najít vztah [6]:

$$\{u\} = [N]\{r\} \quad (2.23)$$

$$\{\varepsilon\} = [G]\{r\} \quad (2.24)$$

Kde:

$[N]$ ,  $[G]$ ... neznáme transformační matice,

$\{r\}$ ... uzlové posuvy,

$\{u\}$ ... funkce posunutí.

Pro mnohočlen  $n$ -tého stupně pro vyjádření posuvu jako funkce jedné proměnné [6]:

$$u_x(x) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \dots + \alpha_m x^n$$

Pro rovinné úlohy [6]:

$$u_x(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \dots + \alpha_m y^n$$

$$u_y(x, y) = \alpha_{m+1} + \alpha_{m+2} x + \alpha_{m+3} y + \alpha_{m+4} x^2 + \alpha_{m+5} xy + \alpha_{m+6} y^2 + \dots + \alpha_{2m} y^n$$

Uvedené rovnice vyjadřují posuvy jako funkce souřadnic a dají se zapsat ve tvaru [6]:

$$\{u\} = [M]\{\alpha\} \quad (2.25)$$

Kde:

$[M]$ ... matice členů polynomu,

$\{\alpha\}$ ... vektor obsahující neznámé koeficienty  $\alpha_i$ .

### 2.2.5.1 Princip minima potenciální energie systému

Pro odvození základní rovnice MKP jdou použít metody jako např. princip virtuálních prací, metoda vážených reziduí nebo princip minima potenciální energie systému. Princip minima potenciální energie je omezen pouze pro elastické materiály, ale je zde zvolen díky své jednoduchosti. Potenciální energii systému lze vyjádřit pomocí deformační energie napjatosti a práci vnějších sil takto [7]:

$$\Pi = U + W \quad (2.26)$$

Kde:

$\Pi$ ... potenciální energie systému,

$U$ ... deformační energie napjatosti,

$W$ ... práce vnějších sil.

### 2.2.5.2 Základní rovnice MKP

Odvozením z rovnice (2.26) vyplyne vztah pro statickou úlohu [7]:

$$[K]\{\Delta\} = \{F\} \quad (2.27)$$

Kde:

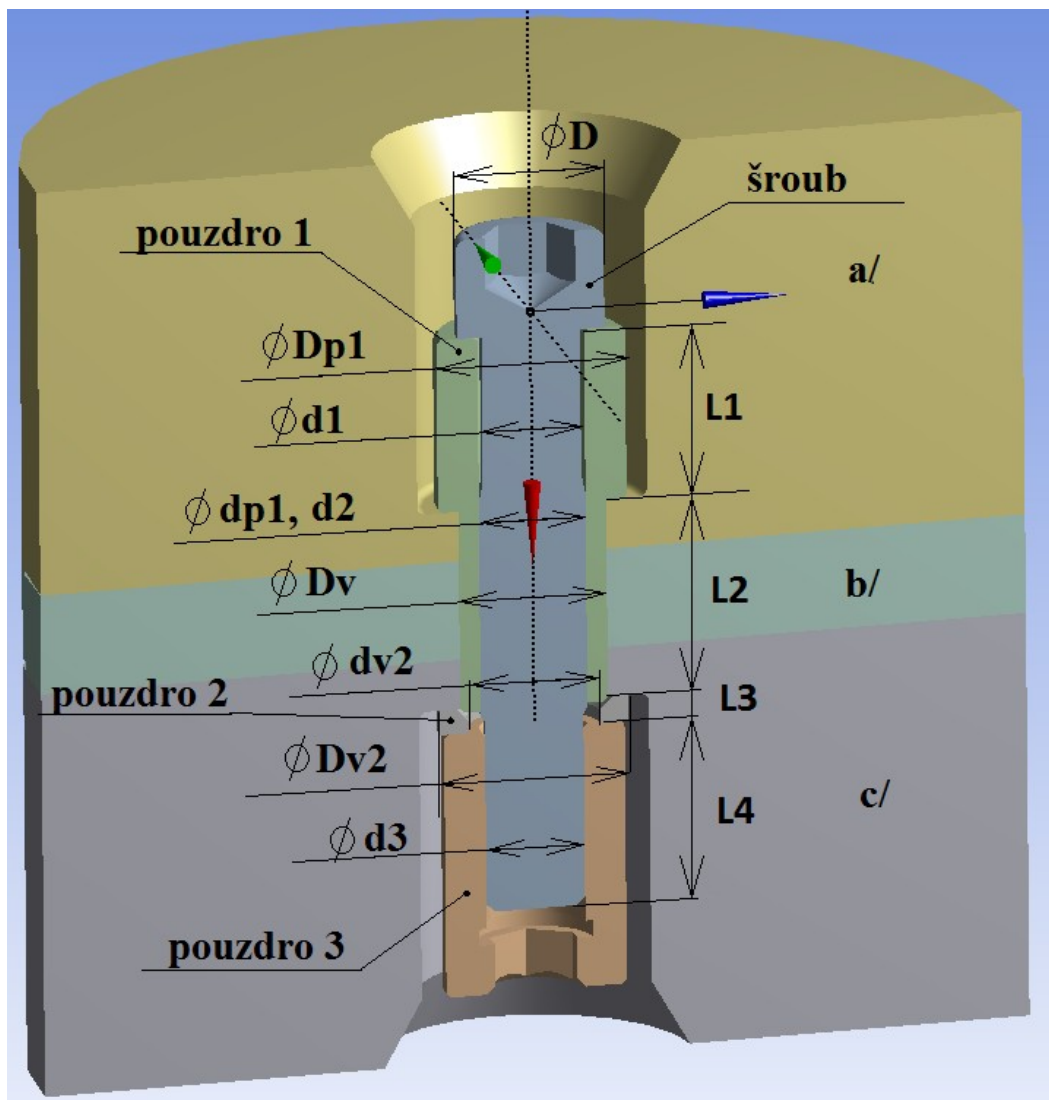
$[K]$ ... Matice tuhosti,

$\{\Delta\}$ ... Vektor zobecněných posuvů pro všechny uzly konečnoprvkového modelu,

$\{F\}$ ... Celkový vektor zobecněných uzlových sil prvku.

### 3 Praktická část

#### 3.1 Analytická část



Obr. č. 10 - Rozměry šroubového spoje pro výpočet

Označení v Obr. č. 10	Označení v rovnících	Hodnota [mm]	Popis
<b>L1</b>	$L1$	21	Délka pouzdra 1
<b>L2</b>	$L2$	24	Délka spojovaných částí
<b>L3</b>	$L3$	3	Délka pouzdra 2 (podložka)
<b>L4</b>	$L4$		Ve výpočtu nepoužito



<b>D</b>	$D$	18	Vnější průměr hlavy šroubu. U matice předpokládáme stejný
<b>Dp1</b>	$D_{p1}$	23	Vnější průměr pouzdra 1
<b>d1</b>	$d_1$	12	Průřez šroubu pod hlavou šroubu
<b>dp1</b>	$d_{p1}$	13	Vnitřní průměr pouzdra 1
<b>d2</b>	$d_2$	13	Průřez dřívku šroubu
<b>Dv</b>	$D_v$	18	Vnější průměr pouzdra ve spojované části
<b>dv2</b>	$d_{v2}$	18	Vnitřní průměr pouzdra 2 (podložka)
<b>Dv2</b>	$D_{v2}$	23	Vnější průměr pouzdra 2 (podložka)
<b>d3</b>	$d_3$	13	Vnitřní průměr pouzdra 3

**Tab. 3 – Popis jednotlivých rozměrů použitých ve výpočtu**

**Rozměry šroubu:**

Označení	Hodnota [mm]	Popis
$d$	12	Velký průměr vnějšího závitu šroubu
$d_3$	9,853	Malý průměr závitu šroubu ve vrcholu zaoblení
$P$	1,75	Rozteč závitu
$d_2$	13	Průřez dřívku šroubu
$d_3$	12	Průřez šroubu pod hlavou šroubu

**Tab. 4 - Rozměry šroubu**

### 3.1.1 Materiály součástí

**Materiál šroubu**

Materiál šroubu volen dle skupiny 10.9. Pro výpočet byly voleny následující materiálové vlastnosti tab. č. 5:

Označení	Hodnota [MPa]	Popis
$E$	210000	Modul pružnosti v tahu
$R_e$	900	Konvenční mez kluzu

**Tab. 5 - Materiálové vlastnosti šroubu**

### Materiály spojovaných částí

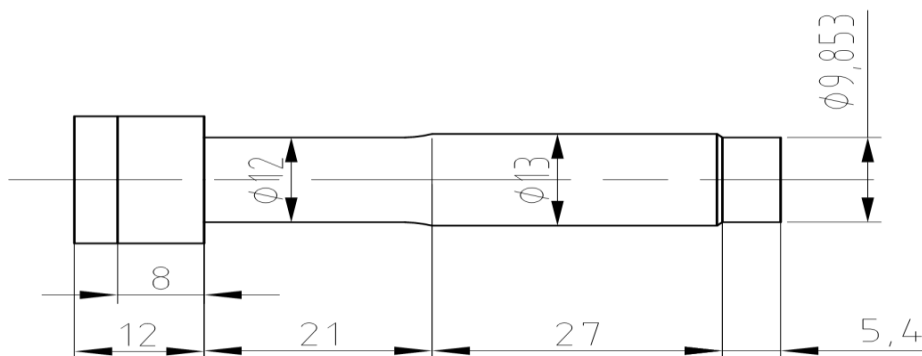
Označení	Hodnota [MPa]	Popis	Součást(dle Obr. č. 10)
$E_b$	105000	Modul pružnosti v tahu	b/
$E_{a,c}$	210000	Modul pružnosti v tahu	a/, c/

**Tab. 6 - Materiálové vlastnosti spojovaných součástí**

## 3.1.2 Výpočet tuhostí šroubu a přírub

### 3.1.2.1 Šroub

U výpočtu tuhosti šroubu se postupuje stejně jako v teoretické části dle vzorce (2.14) a podle rozměrů uvedených na obr. č 12:

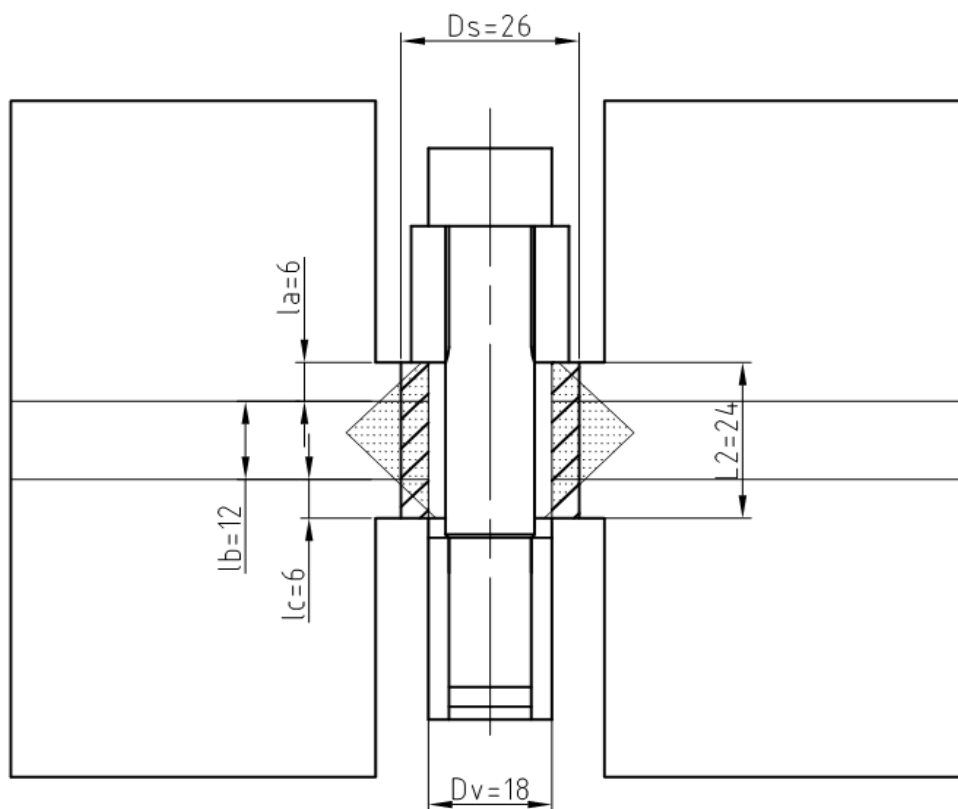


**Obr. č. 12 Rozměry použité při výpočtu tuhosti šroubu**

$$C_s = \frac{\pi \cdot E}{4 \cdot \sum_{i=1}^3 \frac{l_i}{d_i^2}} = \frac{\pi \cdot 2,1 \cdot 10^5}{4 \cdot \left( \frac{8 + 21}{12^2} + \frac{27}{13^2} + \frac{5,4}{9,853^2} \right)} = 0,396 \cdot 10^6 \frac{N}{mm}$$

### 3.1.2.2 Příruby

Schematické znázornění počítaných přírub je na obr. č. 13 společně s vyobrazeným Bachovým komolým dvojkuželem a redukcí na Röscherův válec.



**Obr. č. 13 Schematické zobrazení Bachova komolého dvojkužele společně s redukovanou trubicí tzv. Röscherův válec společně s rozměry**

#### 3.1.2.2.1 Plocha přírub

Při výpočtu plochy se vychází ze vztahu (2.17) a po dosazení vyplývá vztah :

$$Sp = \frac{\pi}{4} \cdot \left[ \left( Ds + \frac{L2}{2} \right)^2 - Dv^2 \right] = \frac{\pi}{4} \cdot \left[ \left( 26 + \frac{24}{2} \right)^2 - 18^2 \right] = 549,78 \text{ mm}^2$$

#### 3.1.2.2.2 Tuhost přírub

Postup tuhosti výpočtu přírub je obdobný dle vzorce (2.16) :

$$Cp = \frac{E_{ST} \cdot Sp}{L2} = \frac{157500 \cdot 10^5 \cdot 549,78}{24} = 3,6 \cdot 10^6 \frac{N}{mm}$$

Kde:

$E_{ST}$ ... modul pružnosti v tahu přírub. Střední hodnota

$l_a$ ... délka příruby  $a$ ,

$l_b$ ... délka příruby  $b$ ,

$l_c$ ... délka příruby  $c$ .

Jedná se pouze o orientační výpočet, který nebude ve výpočtu použit.

### 3.1.3 Kontrola šroubu bez teploty

Z důvodu toho, že šrouby bývají nejvíce namáhány na prvním až druhém závitu matice, bude pozornost věnována právě tomuto místu. Což je na průměru  $d_3$ .

#### 3.1.3.1 Tahové napětí

U tahového napětí se vychází ze vztahu (2.13):

$$\sigma_s = \frac{Fo}{Sd_3} = \frac{Fo}{\frac{\pi \cdot d_3^2}{4}} = \frac{4 \cdot 21000}{\pi \cdot 9,853^2} = 275,42 \text{ Mpa}$$

#### 3.1.3.2 Krut

Pro krut platí rovnice (2.16) a pro jeho úhly vztahy (2.1) a (2.6):

$$\begin{aligned} \tau = \frac{M_z}{W_k} &= \frac{Fo \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \varphi')}{\frac{\pi \cdot d_3^3}{16}} = \frac{16 \cdot 21000 \cdot \frac{10,863}{2} \cdot \operatorname{tg}(2,935^\circ + 7,889^\circ)}{\pi \cdot 9,853^3} = \\ &= 116,11 \text{ Mpa} \end{aligned}$$

$$\gamma = \operatorname{arctg}\left(\frac{P}{\pi \cdot d_2}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{1,75}{\pi \cdot 10,863}\right) = 2,935^\circ$$

$$\varphi' = \operatorname{arctg}\left(\frac{f_z}{\cos \frac{\alpha}{2}}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{0,12}{\cos \frac{60^\circ}{2}}\right) = 7,889^\circ$$

### 3.1.3.3 Redukované napětí ve šroubu

Pro výpočet redukovaného napětí se vychází z Guestovy podmínky:

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_S^2 + 4 \cdot \tau^2} = \sqrt{274,42^2 + 4 \cdot 116,11^2} = 359 \text{ Mpa} \quad (3.1)$$

### 3.1.3.4 Kontrola statické bezpečnosti

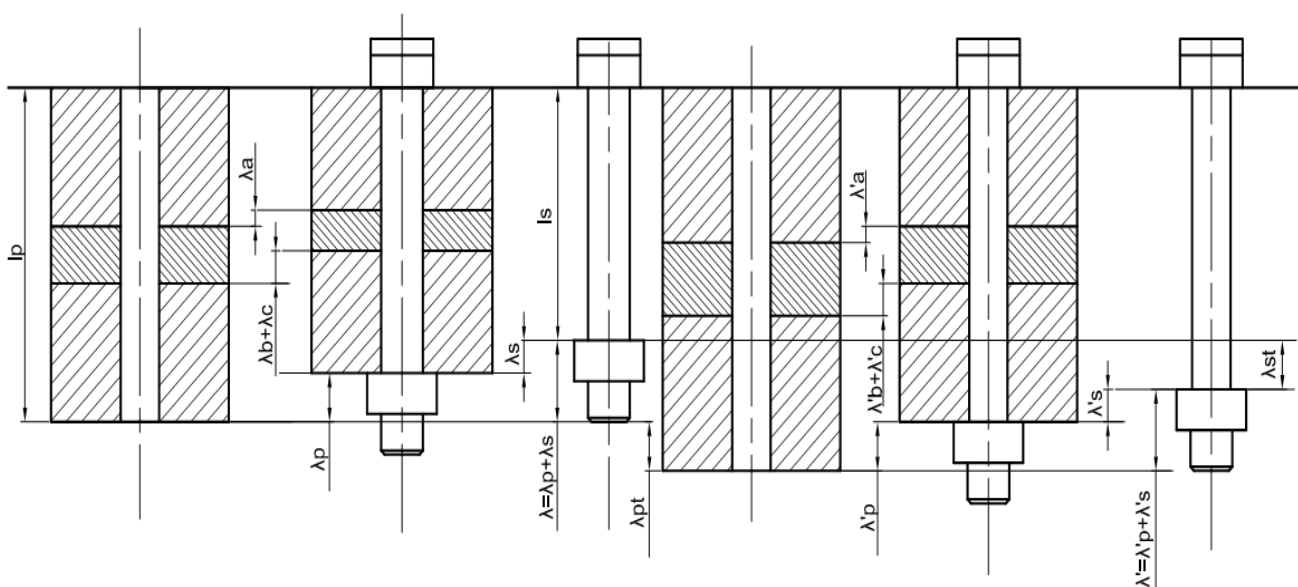
Kontrolu statické bezpečnosti provádíme dle vzorce (2.17):

$$k_S = \frac{Re}{\sigma_{red}} = \frac{900}{359} = 2,5$$

### 3.1.4 Kontrola šroubu s teplotou

#### 3.1.4.1 Výpočet předpětí pro teplotu plus sílu

U výpočtu předpětí musí platit podmínky splňující vztah (2.18):



Obr. č. 14 Schématické znázornění prodloužení šroubu

$$l_a \cdot [1 + \alpha_a \cdot (t_p - t_0)] + \lambda_a - \lambda'_a + l_b \cdot [1 + \alpha_b \cdot (t_p - t_0)] + \lambda_b - \lambda'_b + l_c \cdot [1 + \alpha_c \cdot (t_p - t_0)] + \lambda_c - \lambda'_c = l_s \cdot [1 + \alpha_s \cdot (t_s - t_0)] + \lambda_s - \lambda'_s \quad (3.2)$$

Kde:

$\alpha_a$ ... teplotní součinitel délkové roztažnosti příruby  $a$ ,

$\alpha_b$ ... teplotní součinitel délkové roztažnosti příruby  $b$ ,

$\alpha_c$ ... teplotní součinitel délkové roztažnosti příruby  $c$ ,

$\alpha_s$ ... teplotní součinitel délkové roztažnosti šroubu,

$\lambda_a$ ... stlačení příruby  $a$  od zatížení  $F_o$ ,

$\lambda_b$ ... stlačení příruby  $b$  od zatížení  $F_o$ ,

$\lambda_c$ ... stlačení příruby  $c$  od zatížení  $F_o$ ,

$\lambda'_a$ ... stlačení příruby  $a$  po zahřátí díky předpětí  $F_{o_t}$ ,

$\lambda'_b$ ... stlačení příruby  $b$  po zahřátí díky předpětí  $F_{o_t}$ ,

$\lambda'_c$ ... stlačení příruby  $c$  po zahřátí díky předpětí  $F_{o_t}$ ,

$\lambda_{st}$ ... prodloužení šroubu po zahřátí,

$\lambda_{pt}$ ... prodloužení přírub po zahřátí.

Kde:

$$\lambda_a = \frac{F_o}{C_{pa}}, \quad \lambda_b = \frac{F_o}{C_{pb}}, \quad \lambda_c = \frac{F_o}{C_{pc}}, \quad \lambda_s = \frac{F_o}{C_s} \quad (3.3)$$

Kde:

$C_{pa}$ ... celková tuhost příruby  $a$ ,

$C_{pb}$ ... tuhost příruby  $b$ ,

$C_{pc}$ ... tuhost příruby  $c$ .

$$\lambda'_a = \frac{F_{o_t} \cdot l_a \cdot [1 + \alpha_a \cdot (t_p - t_0)]}{Sp \cdot E_{pat}}, \quad \lambda'_b = \frac{F_{o_t} \cdot l_b \cdot [1 + \alpha_b \cdot (t_p - t_0)]}{Sp \cdot E_{pbt}}$$
$$\lambda'_c = \frac{F_{o_t} \cdot l_c \cdot [1 + \alpha_c \cdot (t_p - t_0)]}{Sp \cdot E_{pct}}, \quad \lambda'_s = \frac{F_{o_t} \cdot l_s \cdot [1 + \alpha_s \cdot (t_s - t_0)]}{Ss \cdot E_{st}}$$

Kde:

$E_{pat}$ ... modul pružnosti v tahu pro určitou teplotu příruby  $a$ ,

$E_{pbt}$ ... modul pružnosti v tahu pro určitou teplotu příruby  $b$ ,

$E_{pct}$ ... modul pružnosti v tahu pro určitou teplotu příruby  $c$ .

Úprava výchozí rovnice (3.2):

$$l_a \cdot [1 + \alpha_a \cdot (t_p - t_0)] + \frac{F_o}{C_{pa}} - \lambda'_a + l_b \cdot [1 + \alpha_b \cdot (t_p - t_0)] + \frac{F_o}{C_{pb}} - \lambda'_b + l_c \cdot$$
$$\cdot [1 + \alpha_c \cdot (t_p - t_0)] + \frac{F_o}{C_{pc}} - \lambda'_c = l_s \cdot [1 + \alpha_s \cdot (t_s - t_0)] - \frac{F_o}{C_s} + \lambda'_s$$

$$\begin{aligned}
Fo \cdot \left( \frac{1}{Cpa} + \frac{1}{Cpb} + \frac{1}{Cpc} + \frac{1}{Cs} \right) + l_a \cdot [1 + \alpha_a \cdot (t_p - t_0)] + l_b \cdot [1 + \alpha_b \cdot (t_p - t_0)] \\
+ l_c \cdot [1 + \alpha_c \cdot (t_p - t_0)] - l_s \cdot [1 + \alpha_s \cdot (t_s - t_0)] = \\
= \lambda'_s + \lambda'_a + \lambda'_b + \lambda'_c
\end{aligned}$$

Pouze pravá strana:

$$\begin{aligned}
Fo_t \cdot \left( \frac{l_s \cdot [1 + \alpha_s \cdot (t_s - t_0)]}{Ss \cdot E_{st}} + \frac{l_a \cdot [1 + \alpha_a \cdot (t_p - t_0)]}{Sp \cdot E_{pat}} + \frac{l_c \cdot [1 + \alpha_c \cdot (t_p - t_0)]}{Sp \cdot E_{pbt}} \right. \\
\left. + \frac{l_c \cdot [1 + \alpha_c \cdot (t_p - t_0)]}{Sp \cdot E_{pct}} \right)
\end{aligned}$$

Vyjádření celkového předpětí po zatížení teplotou:

$$Cpa_1 = \frac{Ep_a \cdot Sp}{la} = \frac{210000 \cdot 549,78}{6} = 19,24 \cdot 10^6 \frac{N}{mm}$$

K tuhosti Cpa připočtu ještě tuhost pouzdra.

$$Cp_p = \frac{Ep_p \cdot S}{l} = \frac{Ep_p \cdot \pi \cdot (Dp_1 - d_2)}{21} = \frac{21000 \cdot \pi \cdot (23 - 13)^2}{21} = 0,78 \cdot 10^6 \frac{N}{mm}$$

Tudíž celkové Cpa:

$$Cpa = Cpa_1 + Cp_p = (19,24 + 0,78) \cdot 10^6 = 20,02 \frac{N}{mm}$$

$$Cpb = \frac{Ep_b \cdot Sp}{lb} = \frac{105000 \cdot 549,78}{12} = 4,8 \cdot 10^6 \frac{N}{mm}$$

$$Cpc = \frac{Ep_c \cdot Sp}{lc} = \frac{210000 \cdot 549,78}{6} = 19,24 \cdot 10^6 \frac{N}{mm}$$

$$\begin{aligned}
Fo_t &= \frac{Fo \cdot \left( \frac{1}{C_{pa}} + \frac{1}{C_{pb}} + \frac{1}{C_{pc}} + \frac{1}{C_s} \right) + l_a \cdot [1 + \alpha_a \cdot (t_p - t_0)] +}{\frac{l_s \cdot [1 + \alpha_s \cdot (t_s - t_0)]}{Ss \cdot E_{st}} + \frac{l_a \cdot [1 + \alpha_a \cdot (t_p - t_0)]}{Sp \cdot E_{pat}} + \frac{l_c \cdot [1 + \alpha_b \cdot (t_p - t_0)]}{Sp \cdot E_{pbt}} +} \\
&+ \frac{l_b \cdot [1 + \alpha_b \cdot (t_p - t_0)] + l_c \cdot [1 + \alpha_c \cdot (t_p - t_0)] - l_s \cdot [1 + \alpha_s \cdot (t_s - t_0)]}{+ \frac{l_c \cdot [1 + \alpha_c \cdot (t_p - t_0)]}{Sp \cdot E_{pct}}} = \\
&= \frac{21000 \cdot \left( \frac{1}{19,24 \cdot 10^6} + \frac{1}{4,8 \cdot 10^6} + \frac{1}{19,24 \cdot 10^6} + \frac{1}{0,4 \cdot 10^6} \right) +}{\frac{48 \cdot [1 + 12 \cdot 10^{-6} \cdot (200 - 20)]}{113 \cdot 189000} + \frac{27 \cdot [1 + 12 \cdot 10^{-6} \cdot (230 - 20)]}{549,78 \cdot 189000} +} \\
&+ \frac{27 \cdot [1 + 12 \cdot 10^{-6} \cdot (230 - 20)] + 12 \cdot [1 + 9 \cdot 10^{-6} \cdot (230 - 20)] +}{+ \frac{12 \cdot [1 + 9 \cdot 10^{-6} \cdot (230 - 20)]}{549,78 \cdot 95000} + \frac{9 \cdot [1 + 12 \cdot 10^{-6} \cdot (230 - 20)]}{549,78 \cdot 189000}} \\
&+ \frac{9 \cdot [1 + 12 \cdot 10^{-6} \cdot (230 - 20)] - 48 \cdot [1 + 12 \cdot 10^{-6} \cdot (200 - 20)]}{=} = 33242 \text{ N}
\end{aligned}$$

### 3.1.4.2 Napětí po zatížení teplotou

Opět pro napětí vycházíme ze vztahu (2.13):

$$\sigma_{st} = \frac{Fo_t}{Sd_3} = \frac{Fo_t}{\frac{\pi \cdot d_3^2}{4}} = \frac{4 \cdot 33242}{\pi \cdot 9,853^2} = 436 \text{ Mpa}$$

### 3.1.4.3 Kontrola statické bezpečnosti

Kontrolu statické bezpečnosti provádíme dle vzorce (2.17):

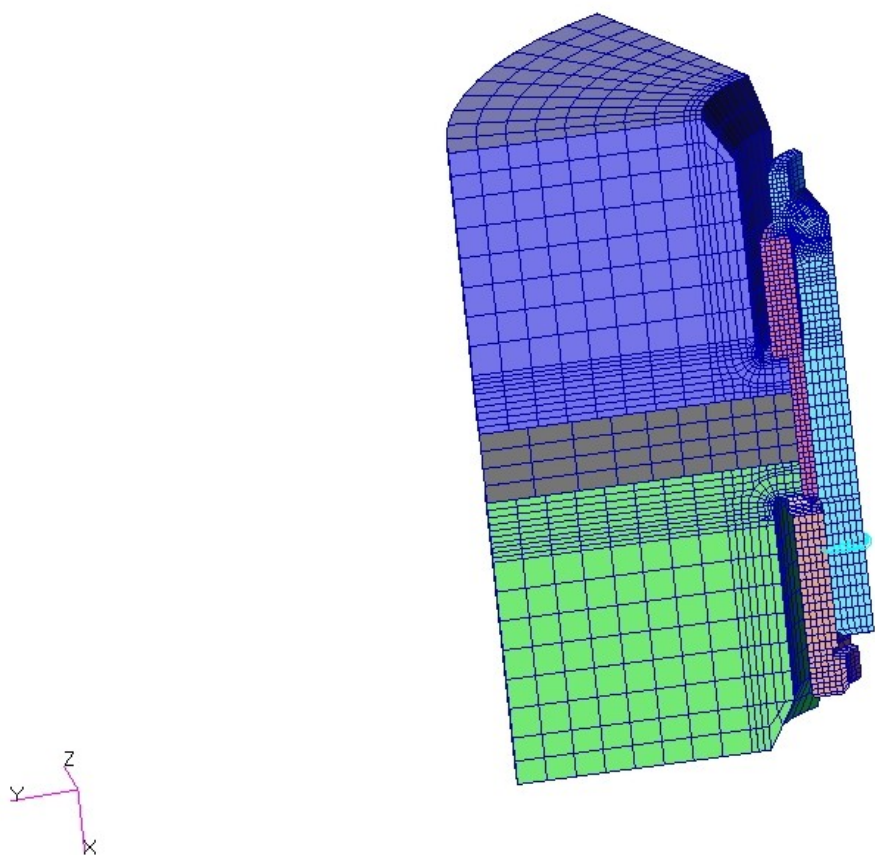
$$k_{st} = \frac{Re}{\sigma_{st}} = \frac{900}{436} = 2,06$$



## 3.2 Numerická část

### 3.2.1 Model

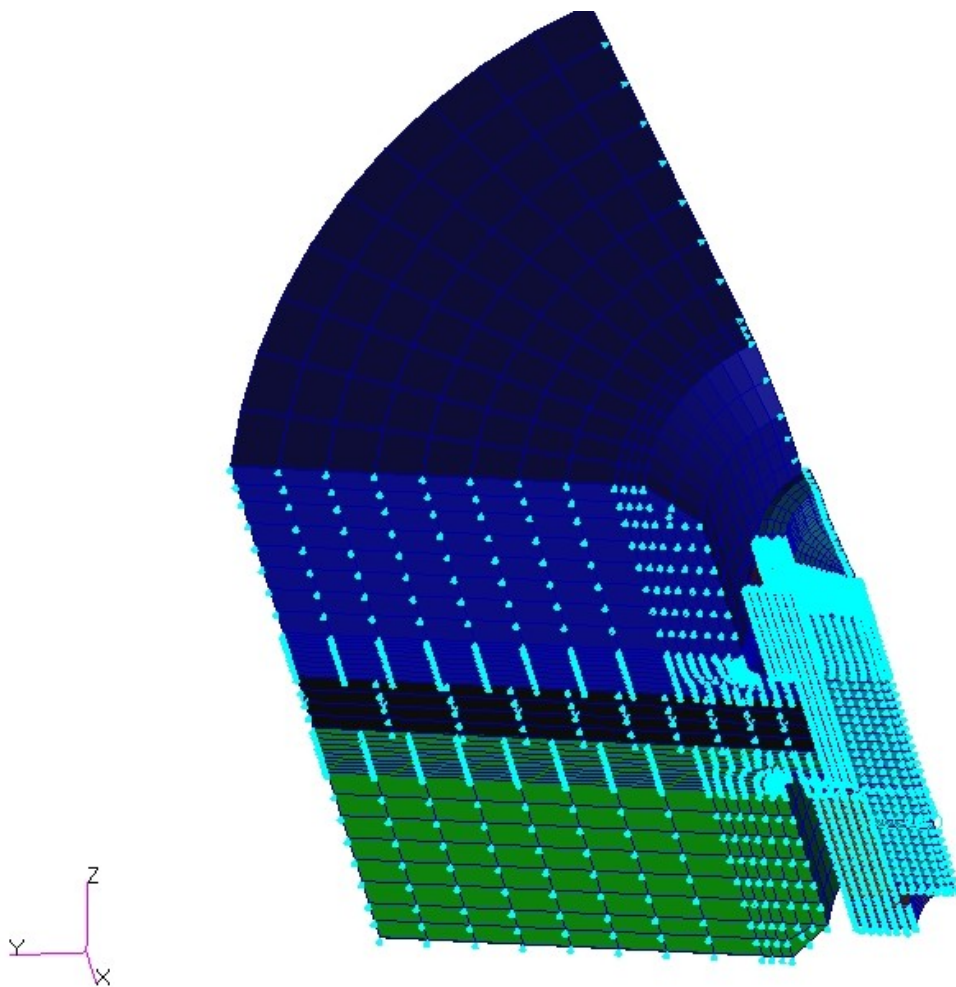
Pro MKP výpočet byla použita šestina dodaného modelu. Model neobsahuje závit na šroubu tudíž výpočty se budou lišit oproti analytické části. Model společně se sítí je zobrazen na obr. č. 15. K vytvoření sítě bylo využito surface meshing a následným použitím funkce sweep vznikly požadované elementy. V síti jsou provedena zhuštění z důvodů koncentrace napětí a to nejčastěji v zaobleních. Model obsahuje 22 048 uzlových bodů a celkem 17 858 elementů a výpočet trval 1751.260 sekund což je 29 minut a 11 sekund.



Obr. č. 15 Výpočtový model s vytvořenou sítí.

### 3.2.2 Okrajové podmínky

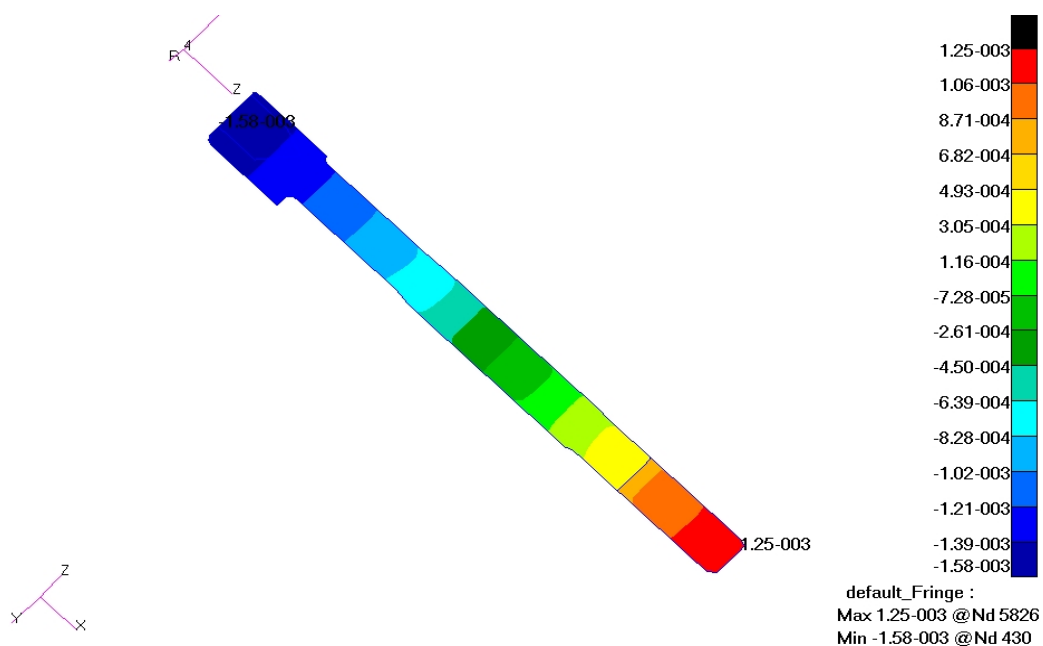
Okrajové podmínky jsou kvůli symetrii vytvořeny ve směrech cylindrického souřadného systému. Celá sestava má chytuty posuvy ve směru tečném. Šroub má navíc posuvy chytuty také ve směru radiálním a navíc došlo k zachycení posuvů ve směru Z na středu prostřední z přírub. Obvod přírub je ponechán volně kvůli tepelné dilataci součástí.



Obr. č. 18 Zobrazení okrajových podmínek na modelu

### 3.2.3 Posuvy

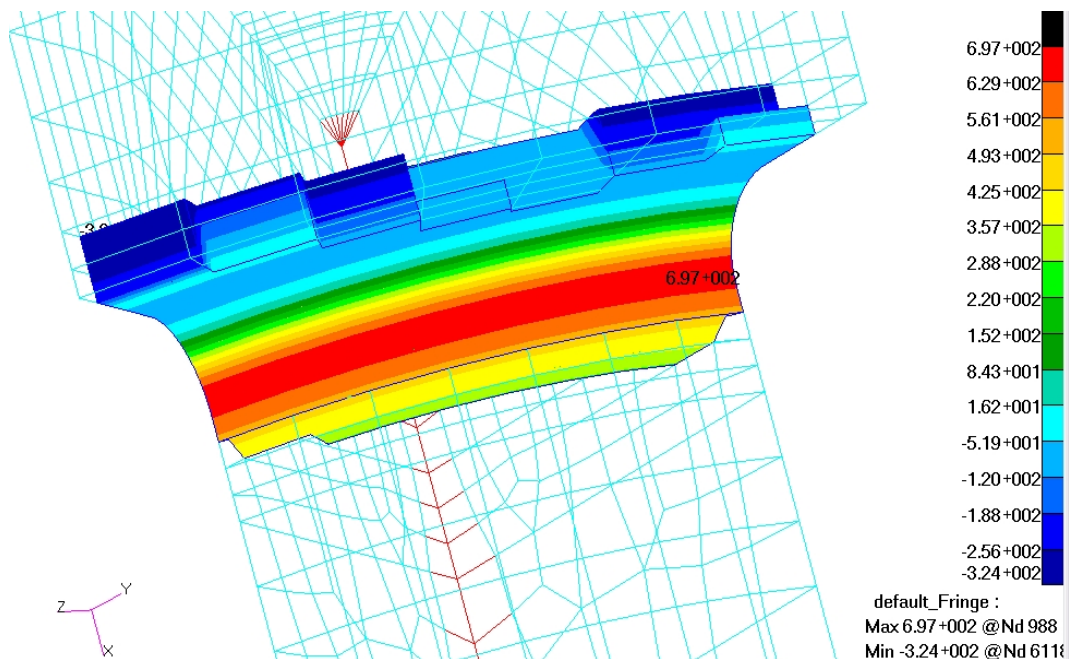
Posuvy modelu nastávají vlivem tepelné dilatace a zatěžující síly  $F_0$ . Největší posuv ve šroubu ose z je znázorněn na obr č. 19 a to  $1,58 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$ .



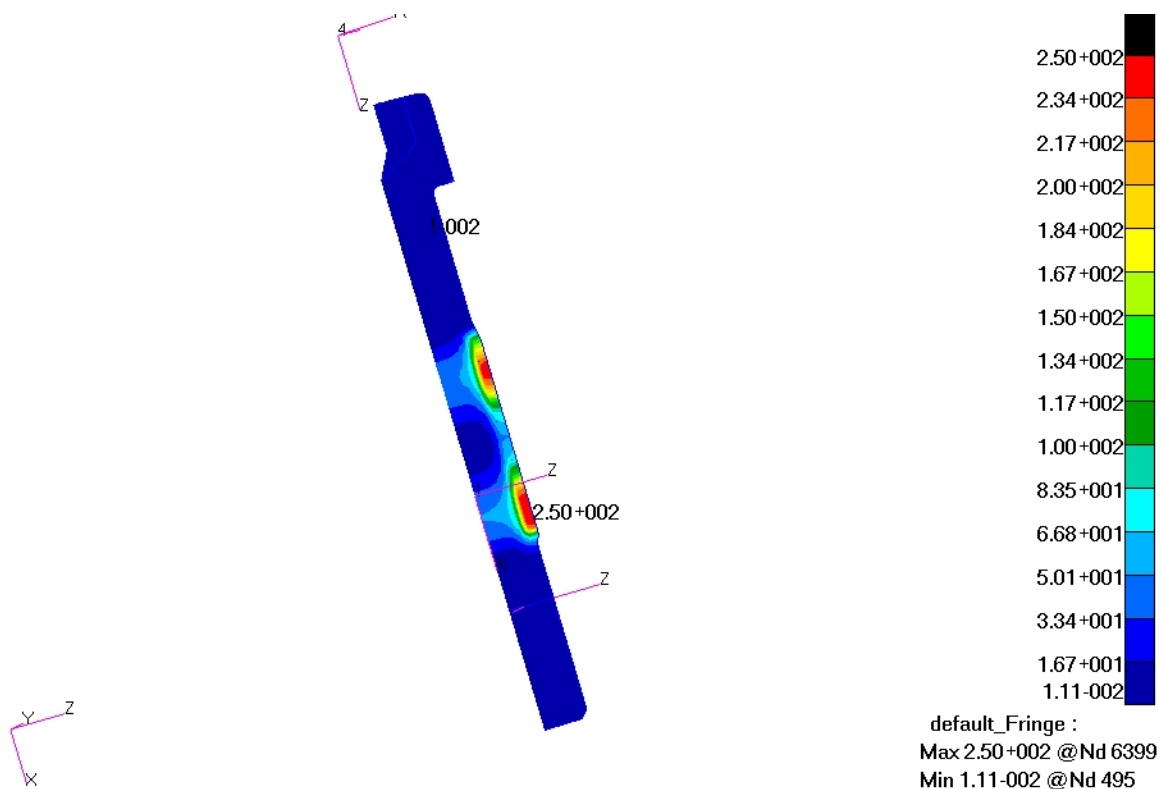
Obr. č. 19 Zobrazení posuvů v ose z

### 3.2.4 Napětí

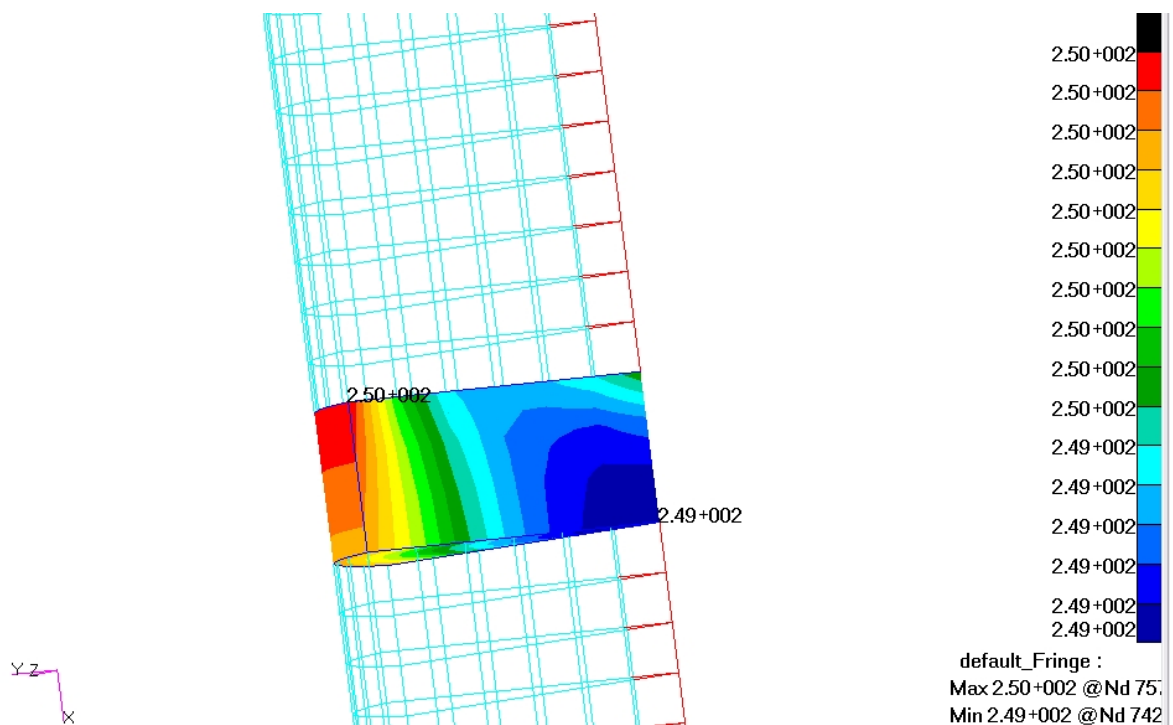
Největší napětí vychází v zaoblení hlavy šroubu a to 697 MPa a je znázorněno na obr. č. 20. Napětí v hlavě šroubu v ose z cylindrické systému dle numerické metody vychází 248 MPa obr. č. 21. Napětí ve střední části šroubu je na obr. č. 22.



Obr. č. 20 Napětí v zaoblení šroubu v ose z



Obr. č. 21 Napětí ve šroubu von Mises



Obr.č. 22 Napětí na střední části šroubu v ose z

Napětí které má vyjít ve střední části šroubu tedy na průměru  $d_2$ :

$$\sigma_s = \frac{Fo_t}{S_s} = \frac{4 \cdot Fo_t}{\pi \cdot d_2^2} = \frac{4 \cdot 33242}{\pi \cdot 13^2} = 250 \text{ MPa}$$

### ***3.3 Porovnání výsledků***

Porovnání výsledků je nejdůležitější součástí této práce tudíž výsledky části analytické, ale také numerické jsou shrnuty v tab. č. 7.

průměr	Analytická část	Numerická část
$d_2$	250 MPa	250MPa
$d_3$	443 MPa	-

**Tab. 7 – Shrnutí výsledků**

## 4 Závěr

Cílem této bakalářské práce bylo provést analytické výpočty zadaného šroubového spoje s tepelným namáháním a výsledky porovnat s numerickou metodou výpočtu pomocí metody konečných prvků.

Při analytickém výpočtu byl použit klasický výpočet šroubových spojů. Tedy výpočet je proveden pro malý průměr závitu  $d_3$ . Analytickým výpočtem bylo zjištěno, že toto místo při zadaném zatížení  $F_0 = 21000\text{N}$  a teplotním namáhání šroubu  $200^\circ\text{C}$  vydrží.

Druhou částí této práce bylo provést numerický výpočet metodou MKP. Výpočet byl proveden s pomocí programu Patran, který posloužil jako pre / post-processing software a pro výpočet simulační systém Nastran, který umožňuje celou škálu multidisciplinárních analýz. U numerické metody není proveden výpočet na malém průměru  $d_3$  z důvodů složitějšího zhotovení závitu, ale také složitější analýzy. Ovšem porovnání výsledků na průměru  $d_2$  už je proveditelné. U numerické metody byl použit 1/6 model, na kterém byla vytvořena síť se zhuštěním v zaobleních. Kvůli použití 1/6 modelu musela být síla upravena na hodnotu  $F_0 = 3500\text{N}$ . Teplotní namáhání šroubu u numerické metody bylo rovněž nastaveno na  $200^\circ\text{C}$  stejně jako u analytické části.

Porovnání výsledků analytické a numerické části má za následek kladný výsledek. Tudiž obě metody vykazují schodu výsledků. A to u analytické metody je výsledek napětí ve šroubu  $250\text{ MPa}$  a u numerické metody  $250\text{ MPa}$ . Oba tyto výsledky platí pro průměr  $d_2$  tedy průměr střední části šroubu.

## 5 Seznam použité literatury

- [1] - Lenert, J.: Pružnost a pevnost II, VŠB – Technická univerzita, Ostrava, 1998
- [2] - LEINVEBER, Jan; VÁVRA, Pavel.: *Strojnické tabulky*. 1. Vydání. Praha : ALBRA, 2003, 865 str. , ISBN 80 – 86490 – 74 - 2.
- [3] – Němec, J., Dvořák, J., Höschl, C.: Pružnost a pevnost ve strojírenství, Technický průvodce 69, SNTL, Brno, 1989
- [4] – Pospíšil, F.: Závitová a šroubová spojení, SNTL, Praha 1, 1967
- [5] – Kaláb, K.: Části a mechanism spoju pro bakaláře, VŠB – Technická univerzita, Ostrava, 2008, ISBN 978 – 80 – 248 – 1290 - 8
- [6] – Lenert, J.: Úvod do metody konečných prvků, VŠB – Technická univerzita, Ostrava, 1999, ISBN 80 – 7078 – 686 – 8
- [7] –.: <http://www.mscsoftware.com/Products/CAE-Tools/MD-Nastran.aspx>
- [8] –.: <http://www.mscsoftware.com/Products/CAE-Tools/Patran.aspx>

Odkazy platny ke dni 20.5.2011.